C3.3 Viteza de grup de Broglie

Pachetul de unde de Broglie este reprezentat prin funcția de unundă

$$\boxed{\psi(x,t) = A(k_0)\frac{\sin\left\{\left[x-\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 t\right]\Delta k\right\}}{\left[x-\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 t\right]\Delta k}e^{i(k_0 x-\omega_0 t)}}$$

Se observă că validitatea limitei

$$\boxed{\lim_{q\to 0}\frac{\sin q}{q} = 1}$$

este asigurată de maximul funcţiei de undă de mai sus, $\max\psi(x,t)$, dacă este îndeplinită condiţia

$$\boxed{x = \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 t}$$

ceea ce permite introducerea așa numitei viteze de grup a pachetului de unde

$$\boxed{v_{group} = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp}\sqrt{m_0^2 c^4 + c^2 p^2} = \frac{pc^2}{E} = v < c}$$

cu evidenta proprietate că modelează propagarea fizică (reală) sub limita vitezei luminii.

Totuși, relația sa cu viteza de fază se realizeaza tot prin intermediul vitezei limită a luminii

$$\boxed{v_{phase}v_{group} = c^2}$$

ceea ce confirmă originea conceptuală dar și analitică a relației lui de Broglie în teoria relativității restrânse.